

AUSGABE 1 · FEBRAUR 2024

Beit. Nr. 626192 · 61. Jahrgang

ASTRONOMIE

+ RAUMFAHRT

193

im Unterricht



Nachhaltiger Inhalt.
Nachhaltiger Druck.

Der Mond

- Entstehung des Mondes und seiner Vulkane
- Wasser auf dem Mond
- 25 Jahre ISS
- DART contra Dimorphos
- Bedeckung der Beteigeuze



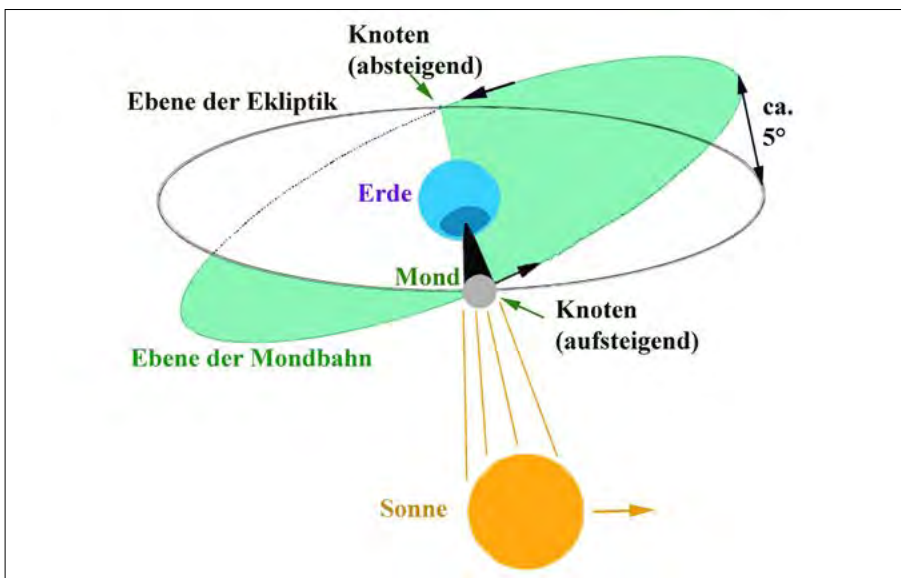
FRIEDRICH



Bestimmung des Winkels zwischen Ekliptik und Mondbahn mit Aufnahmen einer partiellen Sonnenfinsternis

von Reiner Guse

Eine Sonnenfinsternis ist nur möglich, wenn sich der Neumond in einem Knoten oder sich zumindest in seiner Nähe befindet. In dem Knoten schneiden sich die Ekliptik und die Mondbahn (**Bild 1**). Der Winkel zwischen den Bahnen beträgt $5,15^\circ$, also etwa 5° . Von der Erde aus gesehen wird aus der Darstellung im Bild deutlich, dass der Winkel von 5° nur bei einer Finsternis bestimmt werden kann. Im Folgenden wird am Beispiel der Sonnenfinsternis 2022 gezeigt, wie mit Hilfe von Fotos und der Daten der Finsternis der Winkel zwischen Ekliptik und Mondbahn ermittelt werden kann.



1 Skizze zur Sonnenfinsternis mit Knoten



2 Daten mit Fotos der Sonnenfinsternis 2022

Ausgangssituation

Neben den Fotos und Daten zur partiellen Sonnenfinsternis (**Bild 2**) werden zur Berechnung noch folgende Größen benötigt:

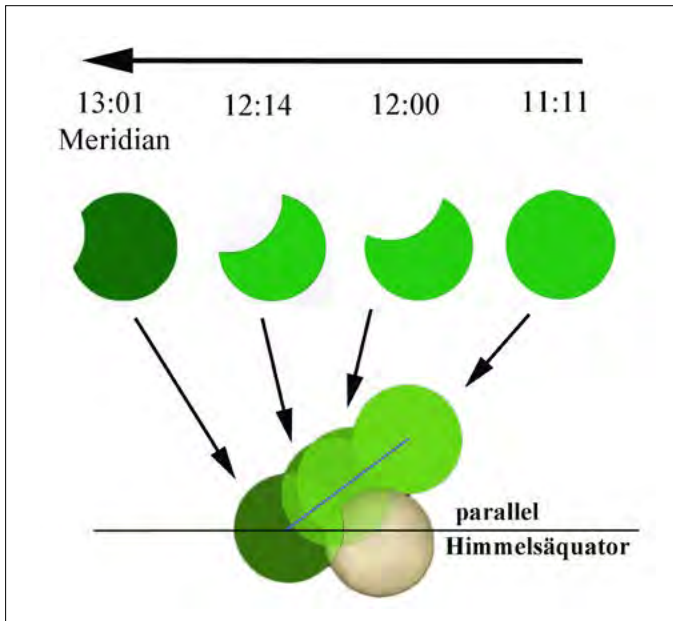
- Die Entfernung zum Mond, sie betrug zu diesem Zeitpunkt 374 000 km,
- die Größe der Erde mit ihrem Radius von 6371 km,
- Daten zu den Bewegungsabläufen der Erde (Rotation, Umlauf um die Sonne) u. a. mit dem Winkel zwischen Ekliptik und Himmelsäquator von $23,4^\circ$.

Scheinbare Mondbahn bezüglich der Sonne

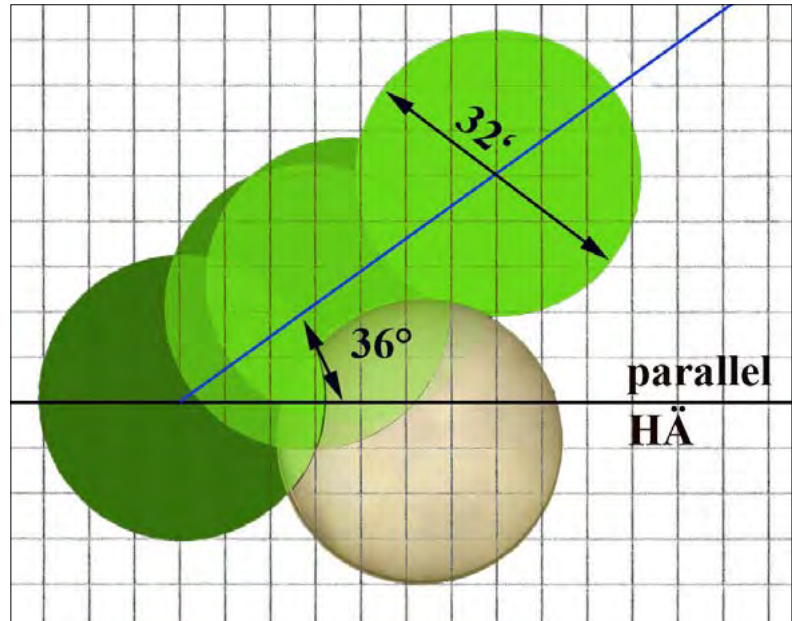
Zunächst werden die vier Fotos mit einem Bildbearbeitungsprogramm so zusammengestellt, dass der scheinbare Verlauf der Mondbahn gegenüber der Sonne deutlich wird. Zur Ausrichtung der Fotos wurde als Waagerechte der Horizont der Aufnahme von 13:01 Uhr gewählt, da dieser im Meridian parallel zum Himmelsäquator verläuft (**Bild 3**). Dadurch erhält man den Winkel zwischen der scheinbaren Mondbahn und dem Himmelsäquator. Zur maßstabsgetreuen Darstellung wurde mit den Aufnahmedaten (Brennweite des Teleskops, Größe des Chips) die scheinbare Winkelgröße der Sonne und des Mondes mit $32'$ errechnet. Beim gewählten Maßstab in **Bild 4** entspricht eine Kästchenlänge einem Winkel von $5'$. Da es sich um kleine Winkel handelt, können sie wie Strecken behandelt werden.

Verlauf der Ekliptik

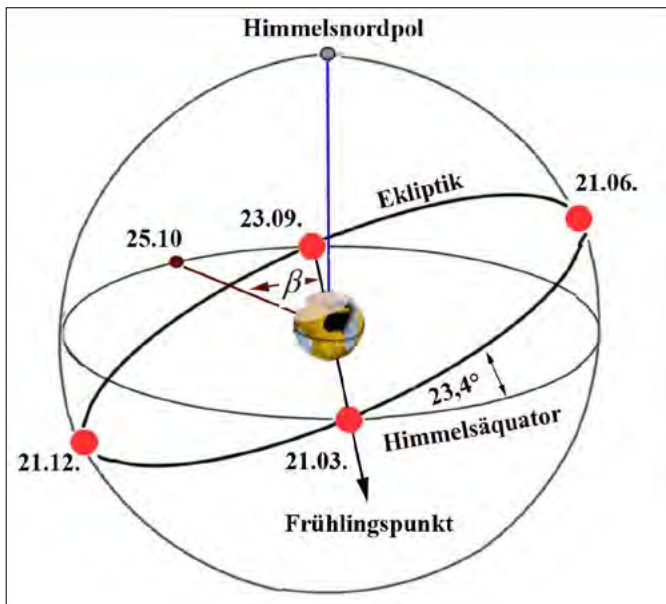
Der Winkel zwischen Ekliptik und Himmelsäquator beträgt $23,4^\circ$, der scheinbare Winkel von der Erde aus betrachtet ist



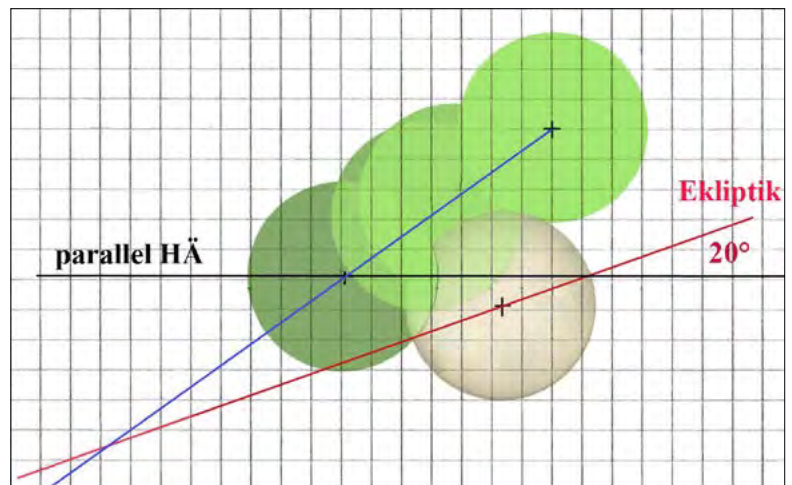
3 Scheinbarer Verlauf der Mondbahn



4 Maßstabsgetreue Darstellung



5 Himmelsäquator und Ekliptik



6 Scheinbare Mondbahn und Ekliptik

abhängig vom Datum und kann z. B. am 21.06. auch 0° betragen. Ist der Winkel β zwischen dem entsprechenden Datum und dem Herbstpunkt bekannt (**Bild 5**), kann er einfach mit der Näherungsformel $\varphi \cong 23,4^\circ \cdot \cos \beta$ berechnet werden. Vom 23.09. bis zum 25.10. sind 32 Tage vergangen, wodurch man erhält:

$$\beta = \frac{360^\circ \cdot 32d}{365,25d} = 31,5^\circ$$

$$\varphi \cong 23,4^\circ \cdot \cos 31,4^\circ = 19,9^\circ \cong 20^\circ$$

Wie in Bild 5 zu sehen ist, verläuft die Ekliptik von der Erde aus gesehen von rechts nach links unten gegenüber dem Himmelsäquator. Trägt man sie entsprechend in das maßstabsgetreue Bild mit

der Mondbahn ein, erhält man **Bild 6**. Es ist deutlich zu erkennen, dass der Winkel zwischen Ekliptik und Mondbahn wesentlich größer als 5° ist. Folglich muss diese scheinbare Mondbahn noch korrigiert werden. Dazu untersuchen wir, was sich zwischen dem ersten Foto um 11:11 Uhr und dem letzten um 13:01 Uhr geändert hat. Als Bezugsgröße wird die Mondposition von 11:11 Uhr festgelegt.

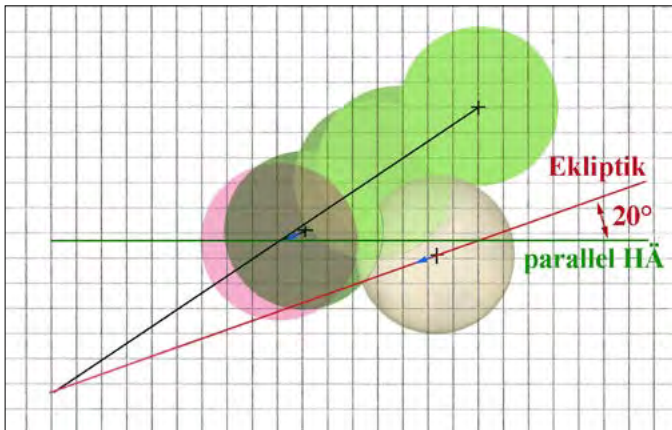
Korrektur der Mondbahn aufgrund der Sonnenbewegung

Zunächst gehen wir von einer ruhenden, nicht rotierenden Erde aus und

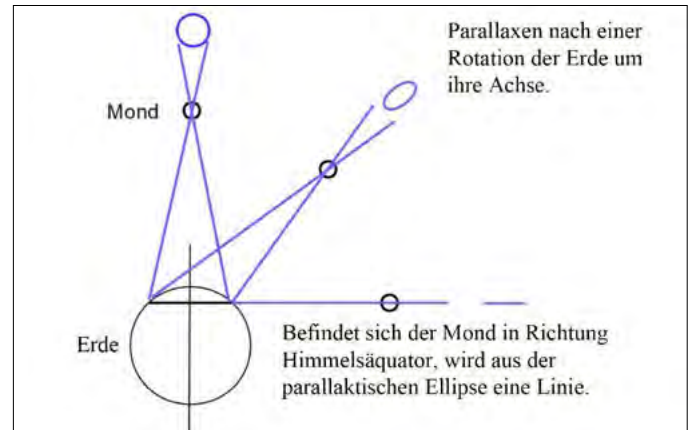
betrachten die Sonnenbewegung zwischen 11:11 Uhr und 13:01 Uhr, das entspricht einer Zeit von 1,83 Stunden. Den Winkel, den die Sonne dabei zurückgelegt hat, erhalten wir durch folgende Rechnung:

$$\gamma = \frac{360^\circ \cdot 1,83h}{365,25 \cdot 24h} = 0,0752^\circ = 4,51'$$

Da wir die Mondposition um 11:11 Uhr als Bezugsgröße festgelegt haben und sich die Sonne von dort bis 13:01 Uhr um den Winkel $4,51'$ abwärts der Ekliptik bewegt hat, erscheint der Mond von 13:01 Uhr um den gleichen Betrag gegenüber der Sonne um 11:11 Uhr nach rechts oben verschoben. Er muss also wieder entgegengesetzt zurück ver-



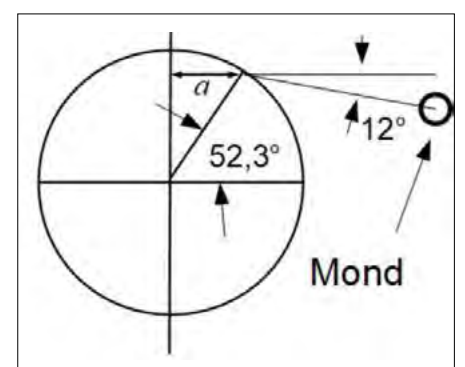
7 Korrigierte Mondbahn aufgrund der Sonnenbewegung



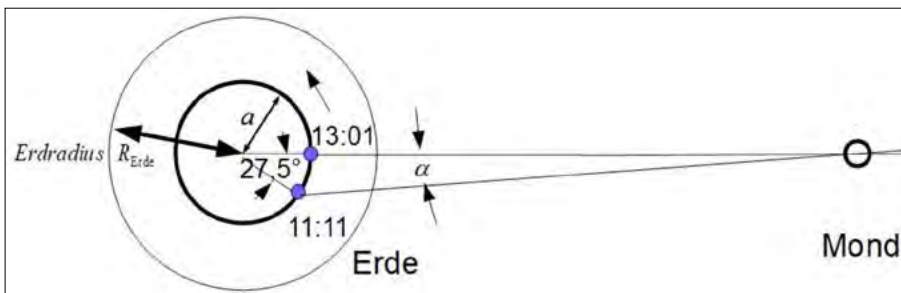
8 Parallaxen durch die Erdrotation



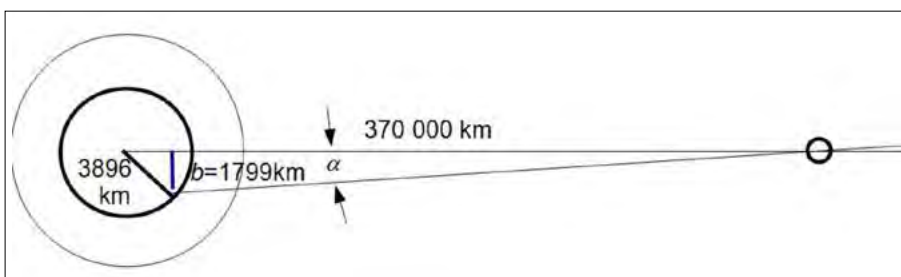
9 Parallaxeneffekt durch die Erdrotation



10 Ansicht der Erde vom Himmelsäquator aus betrachtet



11 Zeichnung entsprechend Bild 9 mit Blick auf den Nordpol



12 Zeichnung zur Winkelberechnung

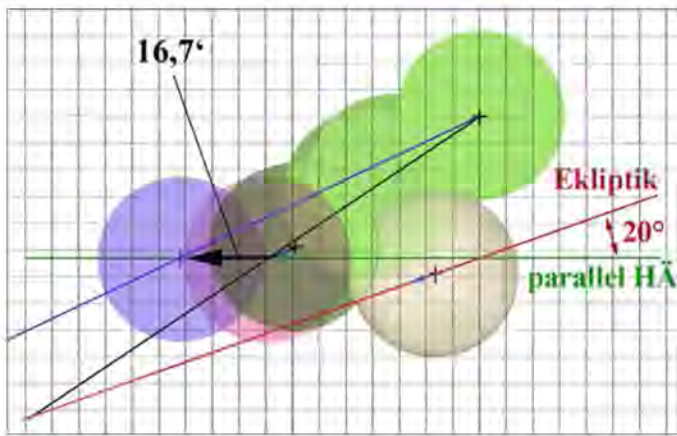
schoben werden. In **Bild 7** wurde diese Korrektur am dunkelgrünen Mond vorgenommen. Die Sonnenbewegung ist ohne Verschiebung auch als Pfeil im Bild gekennzeichnet. Die Korrektur an der Mondbahn wird grundsätzlich immer nur an der zeitlich letzten Mond-

position von 13:01 Uhr vorgenommen. Man erkennt, dass sich durch diese Korrektur am Winkel zwischen Ekliptik und Mondbahn kaum etwas verändert hat. Wenn es nur um die Winkelbestimmung geht, könnte man auch auf diese Korrektur verzichten.

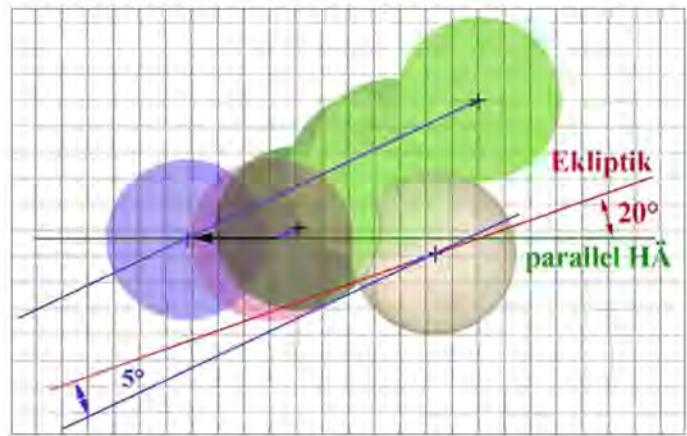
Korrektur der Mondbahn aufgrund der Erdrotation

Die Erdrotation verursacht einen Parallaxeneffekt, der sich am Mond deutlich bemerkbar macht, weil er sich wesentlich näher an der Erde befindet als die Sonne. Betrachtet man eine vollständige Erddrehung, dann wäre die Parallaxe bei einem Mond über dem Nordpol, was niemals der Fall ist, ein Kreis (**Bild 8**). Je weiter der Mond sich in Richtung Himmelsäquator bewegt, desto stärker wird dieser Kreis zu einer Ellipse, um schließlich in der Nähe des Himmelsäquators zu einer Linie zu schrumpfen. In diesem Fall ist die Berechnung des Parallaxenwinkels besonders einfach, weil sie, wie aus der Blickrichtung zum Nordpol in **Bild 9** zu sehen ist, in einer Ebene durchgeführt werden kann. Der Mond erscheint aus der Sicht der Erde durch die Rotation nach rechts verschoben. Der Winkel α dieser Verschiebung wird anschließend bestimmt.

Zunächst wird der Radius a des Breitenkreises des Beobachtungsortes berechnet (**Bild 10**). Die in Bild 10



13 Vollständig korrigierte Mondbahn



14 Korrigierte Mondbahn nach Parallelverschiebung

dargestellte Abweichung von 12° zwischen Mondbahn und Himmelsäquator braucht bei der Berechnung nicht berücksichtigt zu werden, die dadurch entstehende Komponente ist vernachlässigbar.

$$a = R_{\text{Erde}} \cdot \cos 52,3^\circ = 6371 \text{ km} \cdot \cos 52,3^\circ = 3896 \text{ km}.$$

Mit diesem Wert wird auch die Mondentfernung vom Beobachtungsort etw. genauer bestimmt:

$$d_{\text{B O, Mond}} \cong d_{\text{Mond}} - a = 374000 \text{ km} - 3896 \text{ km} \cong 370000 \text{ km}$$

Für den Winkel der Erddrehung von 11:11 Uhr bis 13:01 Uhr erhält man gemäß **Bild 11**:

$$\delta = \frac{360^\circ \cdot \Delta t}{t_{\text{sid, Tag, Erde}}} = \frac{360^\circ \cdot 1,83 \text{ h}}{23,93 \text{ h}} = 27,5^\circ.$$

Damit lässt sich b in **Bild 12** errechnen:

$$b = a \cdot \sin 27,5^\circ = 3896 \text{ km} \cdot \sin 27,5^\circ = 1799 \text{ km}$$

und schließlich α :

$$\alpha = \frac{1799 \text{ km} \cdot 180^\circ}{370000 \text{ km} \cdot \pi} = 0,2785^\circ = 16,7'.$$

Korrigierte Mondbahn und Ekliptik

Um den Winkel $16,7'$ muss nun die Mondposition von 13:01 Uhr entlang der Parallelen zum Himmelsäquator nach links verschoben werden (**Bild 13**). Die Mondbahn schneidet sich nun außerhalb des Bildes 13 mit der Ekliptik. Das entspricht dem Verlauf einer partiellen Finsternis, bei einer totalen befände sich der Schnittpunkt mehr in

der Nähe der Bildmitte. Um den Winkel zwischen Mondbahn und Ekliptik zu messen, wird daher die Mondbahn wie in **Bild 14** parallel verschoben. Als Ergebnis erhält man einen Winkel von 5° .

Betrachtung anderer Sonnenfinsternisse

Das hier vorgestellte vereinfachte Verfahren zur Korrektur der Mondbahn konnte verwendet werden, da sich Mond und Sonne in der Nähe des Himmelsäquators befanden und die Finsternis zur Mittagszeit, das heißt nahe am Meridian, stattfand. Grundsätzlich sind also Sonnenfinsternisse für diese Berechnung geeignet, deren Datum in der Nähe vom 21.03. oder 23.09. (Frühlings- und Herbstpunkt) liegt und deren Finsternis im Bereich des Meridians verläuft. Von den vergangenen partiellen Finsternissen in Deutschland war die Finsternis vom 20.03.2015 aufgrund des Datums sehr gut geeignet und von den bevorstehenden ist es die am 29.03.2025 ebenfalls.

Grundsätzlich ist auch bei den anderen Finsternissen eine Berechnung mit zusätzlicher Korrektur und damit höherem Rechenaufwand möglich.

Zusammenfassung

Partielle Sonnenfinsternisse sind bei uns in Deutschland immer wieder zu beobachten. Bei einigen, insbesondere bei der letzten und auch der nächsten, kann der Winkel zwischen Mondbahn und Ekliptik von 5° nach diesem vereinfachten Verfahren genau bestimmt

werden. Dazu reichen leicht zu erstellende Fotos der Finsternis mit ihren genauen Orts- und Zeitangaben. Zur Berechnung sind nur Winkelfunktionen notwendig. Wegen dieses geringen Aufwandes für die Fotos und dem möglichen Zugang zu solchen Daten eignet sich dieses Verfahren zur Durchführung einer Projektarbeit. Die Teilnehmer sollten dabei allerdings mit dem Umgang von Winkelfunktionen vertraut sein. Das Projekt lässt sich aufgrund des Umfangs in Teilaufgaben aufteilen, wie z. B.

- Erstellung der scheinbaren Mondbahn mit einem Bildbearbeitungsprogramm,
- Ermittlung des scheinbaren Winkels zwischen Ekliptik und Himmelsäquator am vorgegebenen Datum,
- Berechnung des Radius des Breitenkreises des Beobachtungsortes usw.
- Neben der Bestimmung des Winkels können mit diesen Ergebnissen noch weitere Größen wie die Umlaufzeit des Mondes und die Abhängigkeit der Finsternis vom Beobachtungsort ermittelt werden.

Reiner Guse
Hannoversche Heerstr. 5
31228 Peine
E-Mail: r.guse@t-online.de